



Matemática Discreta II

Guía de Aprendizaje – Información al estudiante

1. Datos Descriptivos

Asignatura	Matemática Discreta II
Materia	Matemáticas
Departamento responsable	Matemática Aplicada
Créditos ECTS	3
Carácter	Obligatoria
Titulación	Grado de Ingeniería Informática por la Universidad Politécnica de Madrid
Curso	Segundo
Especialidad	No aplica

Curso académico	2014-2015
Semestre en que se imparte	Ambos (septiembre a enero y febrero a junio)
Semestre principal	Tercero (septiembre a enero)
Idioma en que se imparte	Español
Página Web	http://www.dma.fi.upm.es



POLITÉCNICA



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
FACULTAD DE INFORMÁTICA
Campus de Montegancedo
Boadilla del Monte. 28660 Madrid

2. Profesorado

NOMBRE Y APELLIDOS	DESPACHO	Correo electrónico
Nieves Castro González	1319	nieves@fi.upm.es
Carmen Escribano Iglesias	1303	cescribano@fi.upm.es
Gloria Sánchez Torrubia (Coordinadora)	1318	gsanchez@fi.upm.es
Victoria Zarzosa Rodríguez	1313	vzarzosa@fi.upm.es

3. Conocimientos previos requeridos para poder seguir con normalidad la asignatura

Asignaturas superadas	<ul style="list-style-type: none">• Ninguno
Otros resultados de aprendizaje necesarios	<ul style="list-style-type: none">• Ninguno



4. Objetivos de Aprendizaje

COMPETENCIAS ASIGNADAS A LA ASIGNATURA Y SU NIVEL DE ADQUISICIÓN		
Código	Competencia	Nivel
CE-1	Conocer profundamente los cimientos esenciales y fundacionales de la informática, abarcando tanto conceptos y teorías abstractos como los valores y los principios profesionales, subrayando los aspectos esenciales de la disciplina que permanecen inalterables ante el cambio tecnológico.	3
CE-3	Capacidad de elegir y usar los métodos analíticos y de modelización relevantes.	3
CE-4	Capacidad para describir una solución de forma abstracta.	3
CE-6	Comprender intelectualmente el papel central que tienen los algoritmos y las estructuras de datos, así como una apreciación del mismo.	3
CE-53	Capacidad de trabajar de forma efectiva como individuo y como miembro de un equipo.	3
CE-54	Capacidad de organizar su propio trabajo de forma independiente.	3
CG-1/21	Capacidad de resolución de problemas aplicando conocimientos de matemáticas, ciencias e ingeniería.	2

LEYENDA: Nivel de adquisición 1: Conocimiento
Nivel de adquisición 2: Comprensión
Nivel de adquisición 3: Aplicación
Nivel de adquisición 4: Análisis y Síntesis



POLITÉCNICA



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
FACULTAD DE INFORMÁTICA
Campus de Montegancedo
Boadilla del Monte. 28660 Madrid

• **RESULTADOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA**

• Código	• Resultado de aprendizaje	• Competencias asociadas	• Nivel de adquisición
• RA1	• Conocer, comprender y aplicar los conceptos, técnicas y algoritmos básicos de la teoría de grafos	• CE-1, CE-4, CE-6 CE-53 CE-54	• 3
• RA2	• Modelizar matemáticamente, con herramientas de la teoría de grafos, problemas reales y aplicar diferentes técnicas y software matemático para resolverlos.	• CE-3 CE-4 CE-53 CE-54	• 3



5. Sistema de evaluación de la asignatura

INDICADORES DE LOGRO		
Ref	Indicador	Relacionado con RA
I1	Reconocer los elementos característicos de un grafo y de un dígrafo	RA1
I2	Deducir propiedades de un grafo a partir de su matriz de adyacencia	RA1
I3	Reconocer si una sucesión es gráfica	RA1
I4	Distinguir si dos grafos son isomorfos	RA1
I5	Detectar en un grafo los vértices corte y las aristas puente	RA1
I6	Reconocer si un grafo es un árbol	RA1
I7	Describir las propiedades de los árboles	RA1
I8	Hallar el código de Prüfer de un árbol etiquetado	RA1
I9	Construir el árbol correspondiente a un código dado	RA2
I10	Resolver problemas de decisión utilizando árboles con raíz	RA2
I11	Describir los diferentes procesos de exploración de un grafo en términos de árboles	RA2
I12	Aplicar los algoritmos de Prim y Kruskal para construir el árbol generador de peso mínimo de un grafo ponderado	RA2
I13	Describir algunos criterios de optimización de árboles	RA1
I14	Reconocer si un grafo es orientable y aplicar la búsqueda en profundidad para orientarlo	RA1
I15	Definir distancia entre vértices y caminos de longitud mínima en un grafo ponderado	RA1
I16	Aplicar el algoritmo de Dijkstra para calcular caminos de longitud mínima en grafos o dígrafos ponderados	RA1
I17	Aplicar los algoritmos de Bellman-Ford y Floyd para calcular distancias en grafos o dígrafos ponderados	RA1
I18	Calcular el centro y diámetro de un grafo	RA1



INDICADORES DE LOGRO		
Ref	Indicador	Relacionado con RA
I19	Aplicar las nociones de centralidad de un grafo para resolver problemas de ubicación de servicios	RA2
I20	Interpretar la conectividad en términos de tolerancia a fallos o multiplicidad de caminos	RA2
I21	Reconocer si un grafo es euleriano o hamiltoniano	RA1
I22	Describir condiciones necesarias o suficientes para decidir si un grafo es euleriano o hamiltoniano	RA1
I23	Aplicar el algoritmo de Fleury para construir recorridos eulerianos	RA1
I24	Presentar el “Problema del viajante” incidiendo en la complejidad de su resolución exacta	RA1
I25	Describir algoritmos aproximados para la resolución del “Problema del viajante”	RA2
I26	Analizar la bondad de las soluciones aproximadas a los problemas	RA2
I27	Detectar si un grafo es planar	RA1
I28	Utilizar la fórmula de Euler de los grafos planos para obtener propiedades de dichos grafos	RA1
I29	Conocer los parámetros de coloración e independencia en grafos	RA1
I30	Describir varios algoritmos de coloración de grafos	RA1
I31	Explicar el significado del “Teorema del mapa de los cuatro colores”	RA1
I32	Interpretar un problema en términos de grafos analizando qué concepto de grafos permite obtener una solución al mismo	RA2
I33	Comparar el crecimiento de funciones con la notación de Knuth	RA1
I34	Comprender la diferencia entre complejidad de un algoritmo y de un problema	RA1
I35	Analizar la complejidad de algoritmos básicos	RA1
I36	Conocer la diferencia entre problemas de las clases P y NP	RA1
I37	Describir el significado de la NP-completitud	RA1



POLITÉCNICA



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
FACULTAD DE INFORMÁTICA
Campus de Montegancedo
Boadilla del Monte. 28660 Madrid

EVALUACION SUMATIVA			
Breve descripción de las actividades evaluables	Momento	Lugar	Peso en la calificación
Resolución y entrega de ejercicios propuestos	Semanas 1 a 15	Aula	10%
Realización de ejercicios en laboratorio		Sala de ordenadores	
Prueba de evaluación escrita combinando respuesta corta y larga (primera parte del temario de la asignatura)	Semana 9	Aula	45%
Prueba de evaluación escrita combinando respuesta corta y larga (segunda parte del temario de la asignatura)	Semana 16	Aula	45%
			Total: 100,00%



CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

Convocatoria ordinaria (enero o junio) según una de las siguientes opciones:

1) Sistema de evaluación continua.

Las actividades evaluables especificadas en la tabla del apartado anterior (evaluación sumativa) son de carácter obligatorio. Se requiere obtener una nota mínima de 3 sobre 10 en cada una de las pruebas de evaluación. La nota de la asignatura se calcula según los pesos fijados en esta tabla. Se considera superada la asignatura con una nota mayor o igual a 5 sobre 10.

Periódicamente se realizarán pruebas objetivas de respuesta corta y / o la entrega de ejercicios.

Se realizarán ejercicios y / o problemas en sala informática obligatorios y presenciales. Para su realización es necesario estar matriculado en la asignatura durante el semestre correspondiente.

Las fechas y turnos concretos para la realización de los ejercicios y / o problemas en la sala informática se publicarán en el Aula Virtual o en la página web de cada grupo.

2) Sistema de evaluación final

El alumno que desee seguir el sistema de evaluación mediante sólo prueba final, deberá comunicarlo por escrito, mediante una solicitud en papel, firmada por el interesado, al coordinador de la asignatura, en el plazo de dos semanas a contar desde el inicio de la actividad docente de la asignatura.

Consistirá en la realización de una prueba de respuesta larga (desarrollo) que abarcará el temario de la asignatura.

Se considera superada la asignatura con una nota mayor o igual a 5 sobre 10.

Convocatoria extraordinaria de julio

Consistirá en la realización de una prueba de respuesta larga (desarrollo) que abarcará el temario de la asignatura.

Se considera superada la asignatura con una nota mayor o igual a 5 sobre 10.



6. Contenidos y Actividades de Aprendizaje

CONTENIDOS ESPECÍFICOS		
Bloque / Tema / Capítulo	Apartado	Indicadores Relacionados
Tema 1: Nociones básicas de grafos	1.1 Nociones generales. Representación de grafos	I1, I2
	1.2 Sucesión de grados. Caracterización de las sucesiones gráficas	I1, I4
	1.3 Subgrafos. Operaciones con grafos	I1,I2
	1.4 Isomorfismo de grafos	I3
	1.5 Recorridos y caminos en grafos	I1
Tema 2: Caminos, conectividad, árboles y distancias	2.1 Conexión en grafos. Vértices-corte y aristas-puente	I1,I5
	2.2 Árboles. Árboles con raíz. Búsquedas en grafos	I6, I7, I10, I13, I1
	2.3 Enumeración de árboles etiquetados. Fórmula de Cayley. Código de Prüfer	I8, I9
	2.4 Árbol generador de peso mínimo: Algoritmos de Prim y Kruskal	I12, I13, I32
	2.5 Distancias en grafos. Centro y diámetro.	I15, I18, I19
	2.6 Caminos mínimos: Algoritmos de Dijkstra, Bellman-Ford y Floyd	I16, I17, I32
	2.7 k-Conectividad por vértices y aristas	I5, I20
	2.8 Orientabilidad de grafos	I14



CONTENIDOS ESPECÍFICOS		
Bloque / Tema / Capítulo	Apartado	Indicadores Relacionados
Tema 3: Complejidad de algoritmos	3.1 Notación de Knuth. Crecimiento de funciones	133
	3.2 Complejidad de algoritmos. Complejidad de problemas	134
	3.3 Análisis de la complejidad de algoritmos básicos	135
	3.4 Clases P y NP de problemas	136
	3.5 Problemas NP-completos	137
Tema 4: Recorridos en grafos	4.1 Grafos eulerianos. Caracterización	121, 122
	4.2 Algoritmos de construcción de recorridos eulerianos. Problema del cartero	123, 132
	4.3 Grafos hamiltonianos. Propiedades	121, 122
	4.4 Problema del viajante. Algoritmos aproximados	124, 125, 126, 132
Tema 5: Planaridad y Coloración de grafos	5.1 Trazado de grafos. Grafos planos	127, 132
	5.2 Fórmula de Euler y consecuencias	128
	5.3 Independencia y coloración. Número cromático	129, 132
	5.4 Algoritmos de coloración de vértices	130
	5.5 Coloración de aristas	129, 130
	5.6 Coloración de mapas. Teorema del mapa de los cuatro colores	131
	5.7 Polinomio cromático	130



7. Breve descripción de las modalidades organizativas utilizadas y de los métodos de enseñanza empleados

Tabla 7. Modalidades organizativas de la enseñanza

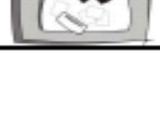
MODALIDADES ORGANIZATIVAS DE LA ENSEÑANZA		
Escenario	Modalidad	Finalidad
	Clases Teóricas	<i>Hablar a los estudiantes</i>
	Seminarios-Talleres	<i>Construir conocimiento a través de la interacción y la actividad de los estudiantes</i>
	Clases Prácticas	<i>Mostrar a los estudiantes cómo deben actuar</i>
	Prácticas Externas	<i>Completar la formación de los alumnos en un contexto profesional</i>
	Tutorías	<i>Atención personalizada a los estudiantes</i>
	Trabajo en grupo	<i>Hacer que los estudiantes aprendan entre ellos</i>
	Trabajo autónomo	<i>Desarrollar la capacidad de autoaprendizaje</i>



Tabla 8. Métodos de enseñanza

MÉTODOS DE ENSEÑANZA		
	Método	Finalidad
	Método Expositivo/Lección Magistral	Transmitir conocimientos y activar procesos cognitivos en el estudiante
	Estudio de Casos	Adquisición de aprendizajes mediante el análisis de casos reales o simulados
	Resolución de Ejercicios y Problemas	Ejercitar, ensayar y poner en práctica los conocimientos previos
	Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)	Desarrollar aprendizajes activos a través de la resolución de problemas
	Aprendizaje orientado a Proyectos	Realización de un proyecto para la resolución de un problema, aplicando habilidades y conocimientos adquiridos
	Aprendizaje Cooperativo	Desarrollar aprendizajes activos y significativos de forma cooperativa
	Contrato de Aprendizaje	Desarrollar el aprendizaje autónomo

Se conoce como método expositivo "la presentación de un tema lógicamente estructurado con la finalidad de facilitar información organizada siguiendo criterios adecuados a la finalidad pretendida". Esta metodología -también conocida como lección (*lecture*)- se centra fundamentalmente en la exposición verbal por parte del profesor de los contenidos sobre la materia objeto de estudio. El término "lección magistral" se suele utilizar para denominar un tipo específico de lección impartida por un profesor en ocasiones especiales.

Análisis intensivo y completo de un hecho, problema o suceso real con la finalidad de conocerlo, interpretarlo, resolverlo, generar hipótesis, contrastar datos, reflexionar, completar conocimientos, diagnosticarlo y, en ocasiones, entrenarse en los posibles procedimientos alternativos de solución.

Situaciones en las que se solicita a los estudiantes que desarrollen las soluciones adecuadas o correctas mediante la ejercitación de rutinas, la aplicación de fórmulas o algoritmos, la aplicación de procedimientos de transformación de la información disponible y la interpretación de los resultados. Se suele utilizar como complemento de la lección magistral.

Método de enseñanza-aprendizaje cuyo punto de partida es un problema que, diseñado por el profesor, el estudiante ha de resolver para desarrollar determinadas competencias previamente definidas.

Método de enseñanza-aprendizaje en el que los estudiantes llevan a cabo la realización de un proyecto en un tiempo determinado para resolver un problema o abordar una tarea mediante la planificación, diseño y realización de una serie de actividades, y todo ello a partir del desarrollo y aplicación de aprendizajes adquiridos y del uso efectivo de recursos.

Enfoque interactivo de organización del trabajo en el aula en el cual los alumnos son responsables de su aprendizaje y del de sus compañeros en una estrategia de corresponsabilidad para alcanzar metas e incentivos grupales. Es tanto un método, a utilizar entre otros, como un enfoque global de la enseñanza, una filosofía.

Un acuerdo establecido entre el profesor y el estudiante para la consecución de unos aprendizajes a través de una propuesta de trabajo autónomo, con una supervisión por parte del profesor y durante un periodo determinado. En el contrato de aprendizaje es básico un acuerdo formalizado, una relación de contraprestación recíproca, una implicación personal y un marco temporal de ejecución.



BREVE DESCRIPCIÓN DE LAS MODALIDADES ORGANIZATIVAS UTILIZADAS Y METODOS DE ENSEÑANZA EMPLEADOS

CLASES DE TEORIA	Método expositivo / Lección magistral
CLASES PRÁCTICAS	Resolución de ejercicios y problemas Aprendizaje basado en problemas
SEMINARIOS-TALLERES	Resolución de ejercicios y problemas
TRABAJO AUTONOMO	Resolución de ejercicios y problemas
TRABAJOS EN GRUPO	Aprendizaje cooperativo
TUTORÍAS	Atención personalizada a los estudiantes



8. Recursos didácticos

RECURSOS DIDÁCTICOS	
BIBLIOGRAFÍA	Libros básicos:
	J. Gross, J. Yellen: “Graph Theory and its Applications”. CRC Press, 2nd ed. 2005
	G. Hernández: “Grafos: Teoría y Algoritmos”. Servicio de Publicaciones, Facultad de Informática, UPM, 2006
	K. Rosen: “Matemática Discreta y sus aplicaciones”. McGraw-Hill, 2004 (5ª edición).
	Libros de consulta
	G. Agnarsson: “Graph theory : modeling, aplicaciones and algorithms”. Pearson, 2007
	V. K. Balakrishnan: “Graph Theory (Schaum’s Outline)”. McGraw-Hill, 1997
	G. Chartrand, P. Zhang: “Introduction to Graph Theory”. McGraw-Hill, 2005
	F. García Merayo, G. Hernández y A. Nevot: “Problemas resueltos de Matemática Discreta”. Ed. Thomson-Paraninfo, 2003
	W. Kocay, D. Kreher: “Graphs, Algorithms and Optimization”. Chapman & Hall/CRC, 2005
	D. Marcus: “Graph Theory, A Problem Oriented Approach”. MAA Textbooks, Cambridge Univ. Press, 2008
	J. Matousek, J. Nešetřil: “Invitación a la matemática discreta”. Reverté, 2008
	Koh Khee Meng, Dong Fengming, Tay Eng Guan: “Introduction to Graph Theory”. World Scientific, 2007
	D. B. West: “Introduction to Graph Theory”. Prentice Hall, 2001.



RECURSOS WEB	Página web de la asignatura http://www.dma.fi.upm.es
	Sitio Moodle de la asignatura http://web3.fi.upm.es/AulaVirtual/
EQUIPAMIENTO	Sala informática con software matemático.
	Aula.
	Sala de trabajo en grupo.



9. Cronograma de trabajo de la asignatura

Semana	Actividades en Aula y Aula informática	Actividades en Laboratorio	Trabajo Individual	Actividades de Evaluación
Semana 1 (5 horas)	<ul style="list-style-type: none"> Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none"> Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> Entrega de ejercicios
Semana 2 (5 horas)	<ul style="list-style-type: none"> Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none"> Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> Entrega de ejercicios
Semana 3 (5 horas)	<ul style="list-style-type: none"> Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none"> Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> Entrega de ejercicios
Semana 4 (5 horas)	<ul style="list-style-type: none"> Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none"> Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> Entrega de ejercicios
Semana 5 (5 horas)	<ul style="list-style-type: none"> Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none"> Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> Entrega de ejercicios
Semana 6 (5 horas)	<ul style="list-style-type: none"> Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none"> Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> Entrega de ejercicios
Semana 7 (5 horas)	<ul style="list-style-type: none"> Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none"> Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> Entrega de ejercicios
Semana 8 (5 horas)	<ul style="list-style-type: none"> Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none"> Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> Entrega de ejercicios
Semana 9 (7,5 horas)	<ul style="list-style-type: none"> Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none"> Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (3 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> Prueba de evaluación escrita de la primera parte del temario de la asignatura (2 horas)



Semana	Actividades en Aula	Actividades en Laboratorio	Trabajo Individual	Actividades de Evaluación
Semana 10 (5 horas)	<ul style="list-style-type: none"> Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none"> Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> Entrega de ejercicios
Semana 11 (5 horas)	<ul style="list-style-type: none"> Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none"> Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos. (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> Entrega de ejercicios
Semana 12 (5 horas)	<ul style="list-style-type: none"> Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none"> Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos. (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> Entrega de ejercicios
Semana 13 (5 horas)	<ul style="list-style-type: none"> Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none"> Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos. (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> Entrega de ejercicios
Semana 14 (5,5 horas)	<ul style="list-style-type: none"> Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (2,5 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none"> Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (3 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> Entrega de ejercicios
Semana 15 (6 horas)	<ul style="list-style-type: none"> Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (3 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none"> Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (3 horas) 	<ul style="list-style-type: none"> Entrega de ejercicios
Semana 16 (2 horas)	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none"> 	<ul style="list-style-type: none"> Prueba de evaluación escrita de la segunda parte del temario de la asignatura (2 horas)

Nota: Para cada actividad se especifica la dedicación en horas que implica para el alumno

Trabajo del alumno (27 h. / ECTS): 39 h. de estudio y 42 h. presenciales.

Horas presenciales (14 h. / ECTS): 38 horas de clase en el aula y/o laboratorio y 4 h. de pruebas de evaluación.

Observación: Cronograma sujeto a modificaciones en función de posibles cambios de horarios y/o planificación docente del Centro.